

در هر سیستم الکتریکی، آن سیستم با دو عامل بررسی و تحلیل می شود. در هر سیستمی فرقی نمی کند در این سیستم ها با برق و ولتاژ بررسی می شود. سیستم مجموعه ای از عناصر است که با هم تعامل مفید دارند.

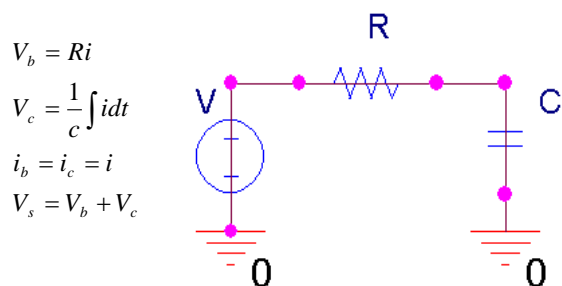
سیستم دینامیکی: پویا در مقابل ایستا

سیستم های دینامیکی:

- ✓ برق ← مدارهای الکتریکی
- ✓ صنایع ← سیستم های اقتصادی - اجتماعی
- ✓ م.شیمی ← انتقال حرارت، عملیات واحد
- ✓ متالورژی ← انتقال حرارت
- ✓ مکانیک ← دینامیک

مثال 1:

برق: عناصر دینامیکی این سیستم: زمین، خازن، مقاومت، ولت متر، سیم



مثال 2:

مکانیک:

(جابجایی:  $x$ )

$$F_b = bV$$

$$F_k = kx = k \int V dt$$

$$V_b = V_k = V$$

$$F_s = F_b + F_k$$

مثال 3:

م.شیمی : (دبی: Q ، حجم : V )

$$P - P_0 = rQ$$

$$P = \rho gh = \rho g \frac{V}{A} = \rho \frac{g}{A} \int Q dt$$

$$Q_1 = Q_v = Q$$

$$P = P_v + P_0$$

❖ معادل نیرو در این سیستم فشار است و معادل سرعت در این سیستم دبی است.

❖ دبی فرق نمی کند و فشارها فرق می کند .

❖ مقاومت شیر که بسته به میزان باز کردن شیر فشار این سر و سر دیگر فرق می کند .

مثال 4 :

صنایع :

معادل نیرو در این سیستم جمعیت است و معادل سرعت در این سیستم زاد و ولد است.

$$\text{زاد و ولد} = \int_r \text{جمعیت}$$

$$\text{( زاد و ولد ) } K_1 = \text{تغییرات جمعیت}$$

Flow	Effort	
جریان	ولتاژ	برق
سرعت	نیرو	مکانیک
دبی	فشار	هیدرولیک
مشتق کرنش ( $\dot{\gamma}$ )	تنش برشی ( $\tau$ )	سیالات
زاد و ولد	جمعیت	اجتماعی
استخدام و اخراج	کارمند	اقتصادی
	قرض	

تحلیل مدارهای الکتریکی فراتر از آنچه در برق به ما نشان می دهد روش هایی برای تحلیل هر

سیستم دینامیکی می باشد . زیرا :

- هر سیستم دینامیکی با دو پارامتر مشخص می شود .
- قوانین حاکم بر هر سیستم یکی است .
- روابط حاکم بر عناصر موجود در سیستم ها یکی است .

• ولتاژ و جریان هر دو اصل هستند .

مکانیک : معادل سلف جرم است و معادل خازن فنر است .

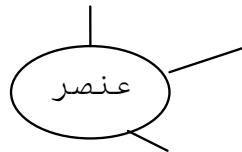
هیدرولیک : معادل سلف لوله است و معادل خازن مخزن است

RLC سه عنصر اصلی هستند . دیود فقط از یک طرف جریان وارد می کند در هیدرولیک مثل شیر یک طرفه است .

از این جا به بعد بحث متمرکز روی سیستم های برقی خواهد بود . در ابتدا پارامترهای اصلی در برق که ولتاژ و جریان هستند را بررسی می کنیم .

ولتاژ ( استعداد )  $\times$  جریان ( تلاش ) = توان

ولتاژ : اختلاف ولتاژ بین دو نقطه A و B برابر مقدار کاری است که یک کولن بار مثبت را از سر A به سر B منتقل کنیم .



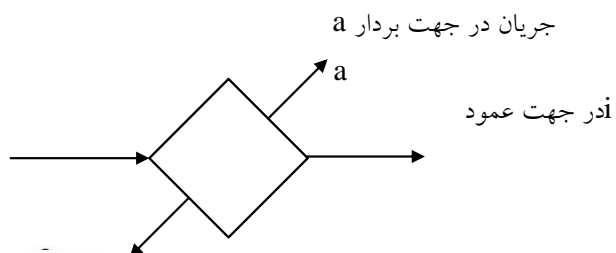
شناسنامه ولتاژ :

اندازه

مرجع + و - سر مثبت و منفی

جریان : آهنگ زمانی ( مشتق ) عبور بار مثبت از سطح واحد در یک جهت خاص

جریان  $\dot{q}$  است . مشتق  $q$



سطح واحد

شناسنامه جریان :

- مقدار

- جهت

برای راحتی جریان را جریانی در نظر می گیریم که جهتش عمود بر سطح است .

دو پارامتر دینامیکی وجود دارد که در مدارهای الکتریکی جواب می دهد :

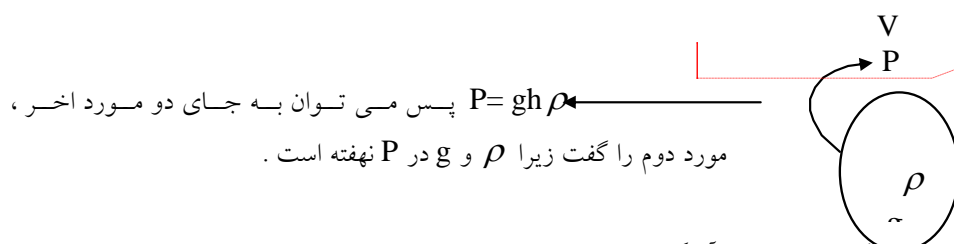
1- ولتاژ 2- جریان

در مورد پتانسیل ، اختلاف پتانسیل مطرح است یعنی باید بگوییم پتانسیل یک نقطه نسبت به نقطه دیگر ( مقدار و جهت + و - ) اسم و فامیل هستند .

اکثر وسایل خانگی مثل جاروبرقی و ... با توان مشخص می شوند و در قبض برق هم کیلو وات ساعت مطرح می شود یعنی توان .

توان : آهنگ زمانی تغییر انرژی . زیرا در هر سیستم دینامیکی که بخواهیم بررسی کنیم هدف این است که چطور انرژی مصرف شده و یا جابجا شده است .

توان را با جای انرژی در نظر می گیریم . توان یک است یعنی یک ژول بر ثانیه انرژی مصرف می شود و انرژی را نمی گوئیم و به جای اینکه بگوئیم لامپ انرژی آن اینقدر است می گوئیم توان آن اینقدر است زیرا اگر بخواهیم در مورد انرژی بگوئیم باید دائما حرفمان را update کنیم زیرا در هر زمان فرق می کند ولی برای توان این را نمی گوئیم . فشار ته تانک نشان می دهد که این ماده چقدر انرژی دارد زیرا فشار یک جوری تابعیت باچگالی ماده و  $V$  دارد .



**[A.S1 Comment]**: این قسمت خیلی وضع عکسهایش به هم ریخته است و به بررسی بیشتری نیاز دارد.

حال اگر بخواهیم این آهنگ زمانی یا توانی که به ما می دهد محاسبه کنیم یک شیر ته تانک می گذاریم و آن را باز می کنیم .

$$\frac{dPV}{dt} = P \frac{dV}{dt} = PQ$$

$P$  : فشار که معادل ولتاژ است .

V : حجم

Q : دبی که معادل جریان است .

انرژی است اگر از این نسبت به زمان مشتق بگیریم می شود  $V \times Q$

$$\frac{dV \times Q}{dt} = V \times \frac{dQ}{dt} = Vi$$

Q : بار

V : ولتاژ

P توان مصرفی عنصر

این که ما نوشتیم  $V_1$  و  $V_2$ ... غلط است و باید علامتهای آن مشخص باشد و باید

یک مرجع داشته باشد. این مرجع می تواند به طور جداگانه باشد یا اینکه می تواند یکی از پارامترها به عنوان مرجع در نظر گرفته شود.

$$P = +V_1 i_1 + V_2 i_2 + \dots + V_n i_n \quad \text{توان مصرفی عنصر}$$

ما هرگز جایی به عنوان ولتاژ صفر نداریم. (غیر از مرجع)

اگر  $0 < P$  مصرف توان در عنصر

اگر  $P < 0$  تولید توان در عنصر

$$P = V_1 i_1$$

$$P = V_1 i_1 + V_2 i_2$$

$$= V_1 i_1 + V_2 (-i_1) = i_1 (V_1 - V_2)$$

$$2 = 4 \times P = 2$$

این المان در حال مصرف توان است

در این جا برای بدست آوردن توان بردار  $P$  را در جهت المان تعریف می کنیم.

نکته : بردار توان  $P$  را به سمت المان تعریف کرده جریان را در سمت این بردار و اختلاف

پتانسیل پایانه مربوطه (جایی که  $P$  تعریف شده) نسبت به پایانه دیگر.

توان مصرفی در این المان برابر 4- است یعنی 4W تولید می کند

$$P = 2 \times (-2V) = -4$$

توان مصرفی

جریان در سمت P

$$P_1 = (-2)(+2) = -4$$

توان مصرفی

4 وات توان تولید می کند

ooo

در ادامه به بررسی قوانین و روابط حاکم بر مدارهای الکتریکی یا هر سیستم دینامیکی می پردازیم.

قوانین:

- KVL: دریکمدار الکتریکی یا در یک سیستم دینامیکی اگر یک حلقه بسته داشته باشیم جمع جبری ولتاژها در این سیستم صفر خواهد بود.
- KCL: جمع جبری جریانهای ورودی یا خروجی به یک گره صفر است .

$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

حلقه:

یک سری شاخه ها که گره ابتدایی و انتهایی آن بر هم منطبق بوده و هنگام حرکت روی حلقه ، از شاخه یا گره ای ، دوبار عبور نکند.

کل مثلث حلقه نیست.

گره: محل اتصال دو یا چند شاخه


عنصر: R و L و C یا منابع

منابع:

مستقل      ولتاژ و جریان      پارامتر مربوط به آن مستقل از سیستم است  
وابسته      ولتاژ و جریان      پارامتر مربوطه تابعی از جریان یا ولتاژ جاهای دیگر سیستم است.

- منبع مستقل به هیچ چیز بستگی ندارد مستقل از سیستم است یعنی اگر جاهای دیگر سیستم ولتاژهای دیگر داشته باشند و یا جریانهای دیگری داشته باشند در مقدار اصلی این ولتاژ و جریان تاثیری نمی گذارد.
- روابط:

$$V = Ri$$

$$V = L \frac{di}{dt}$$

$$i = C \frac{dV}{dt}$$


- اگر جهت مثبت و منفی را برعکس می گذاشتیم و می خواستیم قانون اهم را بنویسیم باید می نوشتیم:  $V = R(-i)$
- حتما باید جهت اُ رعایت شود.

از اینجا به بعد میتوان هر سیستم را تحلیل کرد. منظور از تحلیل کردن این است که جابجا شدن انرژی یا به عبارتی جابجا شدن توان را بررسی کنیم.

هدف از تحلیل: جابجا شدن انرژی در سیستم یا ساده تر جابجا شدن توان (زیرابرای انرژی باید هر زمان یک انرژی تعریف کنیم) می باشد و چون توان توسط دو پارامتر مشخص شده برای تحلیل ولتاژها و جریانهای کل سیستم را به دست می آوریم.

چند قدم برای تحلیل هر سیستم وجود دارد. باید بدین صورت عمل نماییم:

طبقه اول: تعاریف

برای هر شاخه و برای هر المان یک ولتاژ تعریف کنید و یک جریان .

طبقه دوم:

دو واحدی است که قوانین است . kvl ها و kcl ها

تمام حلقه های سیستم را مشخص کنید و جمع جبری ولتاژها و ... را صفر قرار دهید و همینطور گره ها را.

طبقه سوم:

روابط است که یک سه واحدی است یعنی عناصر شما مقاومت سلف و خازن و منبع تغذیه است مثلا برای مقاومت قانون  $V=R i$  را با توجه به جهت + و - می نویسید.

طبقه چهارم:

بعد از این سه مرحله به n معادله و n مجهول می رسم برای حل این معادلات از روشهای مختلفی استفاده می کنیم .

طبقه پنجم:

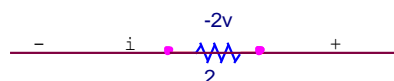
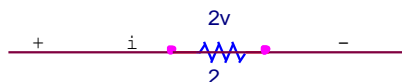
تحلیل سیستم

تحلیل سیستم
حل ریاضی
روابط
قوانین
تعاریف

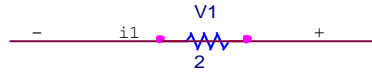
★ ★ ★

مثال 1:

جریانی که از سر مثبت به سر منفی میرود.  $2 = 2 \times i \rightarrow i = 1 \text{ A}$

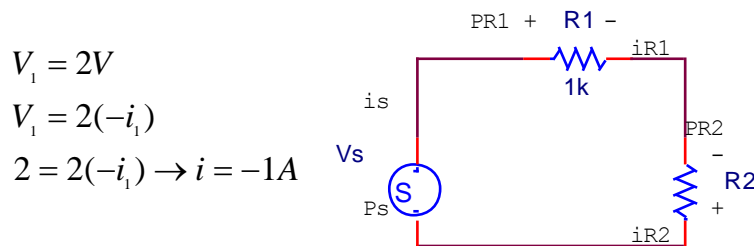


$$-2 = 2 \times (-i) \rightarrow i = 1 \text{ A}$$



$$V_1 = 2V, V_1 = 2 * (-i) = 2 \Rightarrow i = -1 A$$

مثال 2:



$$V_1 = 2V$$

$$V_1 = 2(-i_1)$$

$$2 = 2(-i_1) \rightarrow i = -1A$$

3 شاخه داریم  $\Rightarrow$  3 المان

3 گره داریم  $\leftarrow$  سیم ها را به عنوان یک گره در نظر میگیریم. یک حلقه داریم. ولتاژ مستقل است ولیکن جریان مستقل نیست. ولتاژها و علامتها و جریانها را به دلخواه در نظر میگیریم.

گام اول: تعاریف

$$i_4 - i_s = 0$$

$$\text{KCL} \quad -i_4 - i_2 = 0$$

$$i_2 - i_s = 0$$

گام دوم: قوانین

اگر n گره داشته باشیم n-1 معادله KVL می توان نوشت. یک حلقه داریم یک

معادله KVL می توان نوشت:

$$-V_2 - V_s - V_4 = 0 \text{ KVL:}$$

گام سوم: روابط

$$4^\Omega : V_4 = 4 \times i_4$$

$$2^\Omega : V_2 = 2 \times (-i_2) \rightarrow$$

جریانی که از سر مثبت به سر منفی داده میشود

5 مجهول داریم و 5 معادله مستقل نیاز داریم.

گام چهارم: حل ریاضی

$$\begin{cases} i_s + i_4 = 0 \\ -i_4 - i_2 = 0 \rightarrow 1 \\ -V_2 - V_s - V_4 = 0 \rightarrow 2 \\ \begin{cases} V_4 = 4i_4 \\ V_2 = 2(-i_2) \end{cases} \rightarrow 3 \end{cases} \quad V_s = 12^V$$

$$2,3) \rightarrow -2i_2 + 12 + 4i_4 = 0$$

$$\begin{cases} 2i_4 - i_2 = -6 \\ i_4 + i_2 = 0 \end{cases} \leftarrow (1)$$

برای هر المان 2 مجهول داریم.

3 المان  $\leftarrow 6$  مجهول  $V_s = 12 \leftarrow 5$  مجهول

$$\begin{cases} i_4 = -2^A \\ i_2 = 2^A \\ i_s = 2^A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_2 = -4^V \\ V_4 = -8^V \end{cases}$$

گام پنجم: تحلیل سیستم: بردار  $P$  در جهت دلخواه در نظر میگیریم:

$P_s$  را در هر جهتی در نظر گرفتیم  $i_s$  هم در همان جهت و  $V$  المان را در همان سر  $P$  در نظر میگیریم.

$$\begin{array}{lll} i_s \times V_s & & \\ \text{توان مصرفی} & P_s = 2 \times (-12) = -24^W & \text{تولید کننده} \\ i_s \times (-V_s) & & \end{array}$$

$$P_4 = (-i_4) \times (-V_4) = 2 \times 8 = 16^W \quad \text{مصرف کرده}$$

$$P_2 = (-I_2) \times V_2 = -2 \times (-4) = 8^W \quad \text{مصرف کرده}$$

چون سیستم ایزوله است مقدار تولید توان و مصرف توان با هم برابر است. مثلاً اگر با بیرون تبادل داشتیم دیگر  $P_{tot} = 0$  نیست.

$$\begin{array}{c} i \downarrow - \\ P \uparrow + \end{array}$$

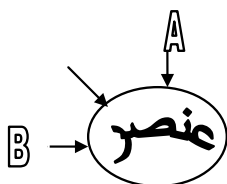
جریان و توان هم جهت است  $V$  هم جهت توان است.

☆☆☆

ولتاژ و جریان هر دو اصل هستند و هر دو باید در سیستم وجود داشته باشند.

از اینجا به بعد بحث متمرکز روی سیستمهای برقی خواهد بود . در ابتدا پارامترهای اصلی در برق که ولتاژ ( effort ) و جریان (I,flow) را به صورت دقیق تعریف کرده و تغییر فیزیکی آن را خواهیم دید.

ولتاژ: اختلاف ولتاژ بین دو نقطه A و B برابر مقدار کاری است که یک کولن بار مثبت از سر A به سر B منتقل کند.

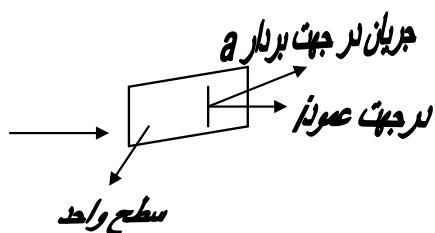


شناسنامه ولتاژ:

- اندازه

- مرجع + و -

جریان: آهنگ زمانی عبور بار مثبت از سطح واحد در یک جهت خاص



شناسنامه جریان:

- مقدار

- جهت برای راحتی کار جهت عبور جریان را جهت عمود بر سطح در

نظر میگیریم.

$$\text{تعداد متغیر} = 2 \times \text{تعداد المان}$$

تحلیل سیستم

حل ریاضی

روابط

قوانین




تعاریف

حال می خواهیم دنبال راههای آسان تر برویم حال در حقیقت می خواهیم با آسانسور به بالا برسیم:

1- روشهای ساده سازی سیستم

- ترکیب مقاومتها

- ترکیب منابع

- تبدیل منابع (قضایای تونن ونورتن) 

- اصل بر هم نهی

2- روشهای تحلیلی:

- روش گره

- روش حلقه

مثال:

جریانی که بار  $I_s$  میکشد چقدر است؟

1- تعاریف

2- قوانین

$$\text{KVL: } -V_s + V_1 + V_2 = 0$$

$$\text{KCL: } \begin{cases} I_s - I_1 = 0 \\ I_1 - I_2 = 0 \end{cases}$$

3- روابط

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I_1 \\ V_2 = R_2 I_2 \end{cases}$$

جریانی که از سر + به سر - دارد میرود

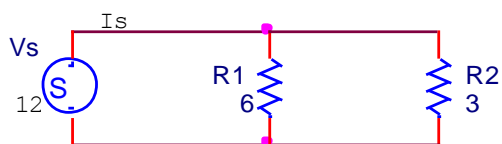
4- حل ریاضی

$$V_s = R_1 I_1 + R_2 I_2 \quad \text{KVL}$$

$$R_1 I_s + R_2 I_s \rightarrow I_s = \frac{V_s}{R_1 + R_2} = \frac{V_s}{R_{tot}} \rightarrow V_s = R_{tot} I_s \quad \text{KCL}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_2 \quad R_1, R_2 \text{ هردو سری هستند}$$

مثال:



$$R_{tot}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} \quad \text{موازی} \quad R_{tot} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

مثال:

$$\rightarrow 2 + 2i_1$$

مثال:

$$V_1 = V_2 \text{ اگر}$$

منبع ولتاژ، ولتاژش به هیچ چیز بستگی ندارد.

مثال:

$$V_1 = -V_2 \text{ اگر}$$

موازی کردن منابع ولتاژ در سایت های کامپیوتر UPS دیده می شود.

مثال:

$$I_s = 1 + 3i_2$$

مثال:

مدل شارژر باطری قلمی

آیا شارژر باطری را شارژ می کند؟

توان تولیدی = توان مصرفی

$$\text{KCL:} \begin{cases} I_2 - I_1 = 0 \\ I_3 - I_2 = 0 \end{cases} \quad \text{1- تعاریف}$$

$$\text{KVL:} -V_1 - V_2 + V_3 = 0 \quad \text{2- قوانین:}$$

$$V_2 = 2I_2 \quad \text{3- روابط}$$

$$\text{KCL:} I_3 = I_2 = I_1 = 3^A \quad \text{4- حل ریاضی:}$$

$$V_2 = 6^V$$

$$V_3 = 18^V$$

$$V_1 = 12^V$$

منبع 3 آمپر توان تولید می کند:  $P_3 = (-I_3)V_3 = -3 \times 18 = -54^W$   
 باطری 54 وات توان تولید می کند.

مثال:

1- تعاریف :

$$\text{KCL:} \begin{cases} I_2 - I_s = 0 \\ I_5 + I_3 - I_2 = 0 \\ I_s - I_5 - I_3 = 0 \end{cases} \quad \text{2- قوانین:}$$

وقتی سه گره داریم 3-1 KCL می توانیم بنویسیم.

$$\text{KVL:} \begin{cases} V_s - V_2 - V_5 = 0 \\ V_3 - V_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = -R_2 I_2 \\ V_5 = R_5 I_5 \end{cases} \quad \text{3- روابط:}$$

4- مدل ریاضی: حل بر عهده دوستان است.

هر چه مقاومت 2 اهم پایین تر باشد توان مصرفی کمتر است .

تحلیل گره:

یکی از روشهای ساده تر تحلیل سیستمها میباشد در این روش متغیرهای مجهول ولتاژ گره ها خواهند بود . جریان هر گره را از روی ولتاژهای دو سر المان به دست می آورید . برای این کار قدمهای زیر را طی می کنیم.

1- تعاریف: تعیین گره ها

گره مرجع (ولتاژها را به این مرجع نسبت می دهیم)

نسبت دادن ولتاژ به گره های دیگر

مثال :

با نسبت دادن  $V$  در حقیقت KVL را برقرار کرده ایم

$$-V_s + V_1 - V_2 = 0$$

$$V_s = V_1 - V_2$$

$$\text{KVL: } -(V_1 - V_2) + V_1 + (-V_2) = 0$$

2 و 3- با تعریف ولتاژها KVL برقرار شده است برای نوشتن KCL به جریان شاخه ها نیاز داریم که

اینگونه بدست می آید :

$$V_1 - V_2 = RI_1 \rightarrow I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

جریان از آن طرف  $I_2 = \frac{V_2 - V_1}{R}$  اگر  $V$  دو سر المان را بخواهیم چنانچه ر دو سر آن را

نسبت به یک مرجع داشته باشیم  $V$  هم از همان طرف میگیریم.

ولتاژ سر + منهای ولتاژ سر -

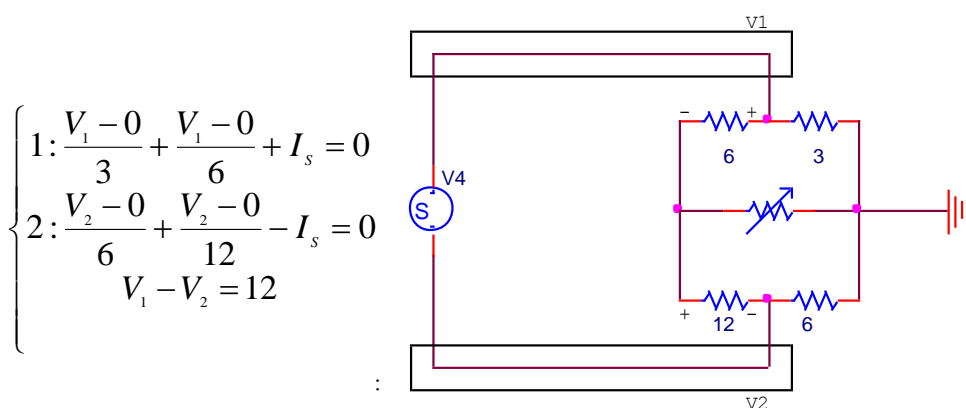
حل ریاضی:

$$-V_s - V_2 = 0 \rightarrow V_s = -V_2$$

پل وتسون:

که برای اندازه گیری مقاومت مجهول به کار میرود منبع ولتاژ جریان مشخصی ندارد. برای

آن یک جریان مجزا به صورت  $I_s$  تعریف می کنیم.



در صورت وجود منبع ولتاژ،

یک مجهول جدید برای جریان منبع خواهیم داشت که درصدد از بین بردن این مجهول هستیم.

همه چیز سر جایش است فقط منبع جریان را داخل حلقه می آوریم

$$\begin{cases} \frac{V_2 - 0}{6} + \frac{V_2 - 0}{12} + \frac{V_1 - 0}{6} + \frac{V_1 - 0}{3} = 0 \\ V_1 - V_2 = 12 \end{cases}$$

$$\frac{V_2}{4} + \frac{V_1}{2} = 0 \rightarrow \begin{cases} V_2 + 2V_1 = 0 \\ V_1 - V_2 = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_1 = 4^v \\ V_2 = -8^v \end{cases}$$

اگر جریان  $I$  را خواستند چگونه به دست می آورید؟

یک KCL می نویسیم برای بدست آوردن مقدار  $I$

$$\frac{0-V_1}{6} + I_1 + \frac{0-V_2}{12} = 0$$

$$I_1 = \frac{V_1}{6} + \frac{V_2}{12} = \frac{4}{6} + \frac{-8}{12} = 0$$

وقتی حاصل ضرب مقادیر به ضربی با هم برابر باشند جریان  $I=0$  میشود ولی اگر به صورت ضربدر برابر نباشد  $I$  جریان خواهد داشت که از این اصل برای اندازه گیری مقاومت مجهول استفاده می کنیم .

استفاده می کنیم .

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

پل متعادل

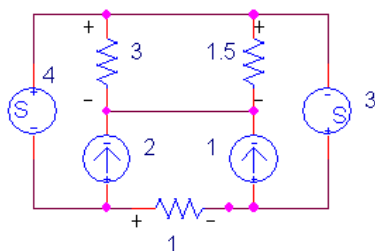
روش حلقه :

این روش مانند روش تحلیل گره راه حل ساده تری برای تحلیل سیستمهای دینامیکی می باشد. در این روش جریان حلقه های انتخاب شده به عنوان متغیرها مد نظر قرار می گیرد. برای این منظور قدمهای زیر طی می شود :

1- تعاریف : حلقه هایی که می خواهیم جریان به آنها نسبت دهیم مشخص میکنیم به هر حلقه یک جریان نسبت میدهیم

مثال:

جهت جریان از مثبت به منفی



2 و 3-

$$V = R(I_1 - I_2)$$

$$V = R(I_1 + I_2 - I_3)$$

با تعریف جریانهها به صورت مذکور KCL برقرار شده است و فقط کافی است KVL

در حلقه ها نوشته شود برای نوشتن KVL احتیاج به ولتاژهای المانها داریم که به صورت گفته شده بدست خواهد آمد

برای راحتی کار از هر جایی که وارد می شویم سر مثبت را همان جا در نظر می گیریم

$$\begin{cases} 1: -4 + 3(I_1 + I_2) + V_2 = 0 \\ 2: 3(-I_1 - I_2) + 1.5(-I_2 - I_3) = 0 \\ 3: V_1 + 1.5(I_3 + I_2) - 3 = 0 \\ 4: V_1 + V_2 + 1(I_4) = 0 \end{cases}$$

چهار معادله و شش مجهول

$V_1, V_2$  اضافه شده و مجهولات زیاد شده است و خودشان هر کدام یک معادله می دهند

$$\begin{cases} -I_1 - I_4 = 2 \\ I_3 + I_4 = 1 \end{cases}$$

1- سر مثبت را همان جایی می گیریم که وارد شدیم و اگر جریانها هم جهت و یا خلاف جهت آن

بود + و - اعمال می کنیم

2-  $V_3$  یا این که + و - می گذاریم و جریان شاخه از + به - در نظر می گیریم

$$V_3 = 3(I_1 + I_2) \rightarrow \text{مربوط به حالت اول}$$

حالا مثل مثال قبل منبع جریانها را داخل حلقه در نظر میگیریم

$$\begin{cases} 2: 1.5(I_2 + I_3) + 3(I_2 + I_1) = 0 \\ A: 3(-I_2 - I_1) + 4 + 1(I_4) + 3 + 1.5(-I_2 - I_3) = 0 \\ \begin{cases} -I_1 - I_4 = 2 \\ I_3 + I_4 = 1 \end{cases} \end{cases}$$

اگر یک مقاومت بامنع جریان سری شود چه اتفاقی می افتد ؟

$$V = 2(-1) = -2V$$

در حقیقت می توانیم آنرا یک منبع جریان بزرگ با مقاومت داخلی در نظر بگیریم

چگونه با احتساب  $V$  به گره  $I$  و به حلقه ها  $KCL$ ,  $KVL$  را برقرار کرده ایم ؟

☆☆☆

تحلیل سیستم
حل ریاضی
روابط
قوانین
تعاریف

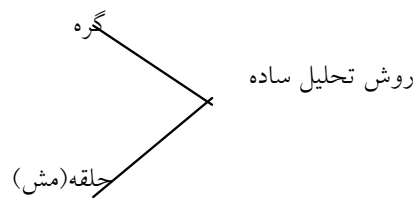
ترکیب مقاومتها (سری - موازی)

ترکیب منابع

- ساده سازی سیستم:

تبدیل منابع (تونن - نورتن)

اصل برهم نهی



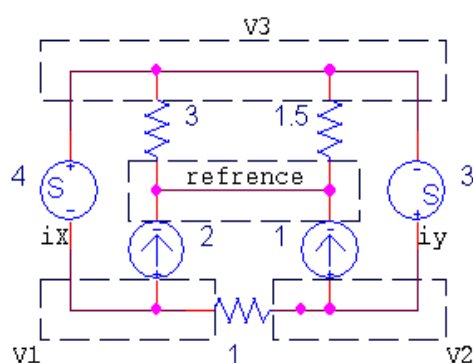
تعداد مجهولات	منبع جریان	منبع ولتاژ	قوانین معادلاتی	قوانین ارضا شده	متغیر	
N-1	ساده تر	بزرگتر بودن حلقه	KCL	KVL	ولتاژ گره ها	روش گره
B-N+1	بزرگتر بودن حلقه KVL	ساده تر	KVL	KCL	جریان حلقه ها	روش حلقه

اگر منبع جریان در روش گره داشته باشیم کار ساده تر میشود . در روش حلقه از بزرگتر بودن حلقه KVL استفاده میکنیم.

N: تعداد گره ها

B: تعداد المانها (شاخه ها)

مثال: توان منبع جریان 1A؟



در سیستمها روش گره بهتر دید می دهد  
تا روش حلقه باید یک سری قدمها را  
طی کنیم. برای هر سیستمی که به ما  
دادند در حالتی که یک منبع ولتاژ داریم.  
چون در حالت روش گره یک مجهول  
اضافه می شود پس منبع ولتاژ را در  
داخل مدار قرار میدهم. ابتدا گره های  
قرمز را در نظر گرفته بودیم و طبق آن  
حل کردیم.

$$\begin{cases} 1: \left( \frac{V_1 - V_2}{1} \right) + 2 + I_x = 0 \\ 2: \left( \frac{V_2 - V_1}{1} \right) + I_y + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} V_3 - V_1 = 4 \\ V_3 - V_2 = 3 \end{cases} \\ 3: \frac{V_3}{3} - I_x - I_y + \frac{V_3}{1.5} = 0 \end{cases}$$

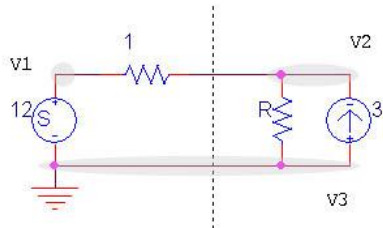
حال با توجه به دوائر مداری حل می کنیم:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_2}{1} + 2 + \frac{V_3}{3} + \frac{V_3}{1.5} + 1 + \frac{V_2 - V_1}{1} = 0 \\ V_3 - V_1 = 4 \\ V_3 - V_2 = 3 \end{cases}$$

در بالا برای گره (مثبت و منفی) را نوشتیم و گذاشتیم:  $V_1 - V_2$

برای گره 2 نوشتیم:  $V_2 - V_1$

مثال:



در چه حالت شارژر باتری را شارژ میکند که این بستگی به  $R$  دارد اگر  $R$  از یک حدی بالاتر یا پایین تر باشد این شارژر کار خودش را درست انجام نمی دهد؟

باید اینطور باشد پس برای اینکه  $0 < I_s$  باید  $V_1 < V_2$  باشد حال  $V_1, V_2$  را در این سیستم بدست می آوریم و  $V_1 < V_2$  قرار می دهیم.

$$P_s = 12I_s$$

توان مصرفی باتری یا توان ذخیره شده  $P_s > 0 \rightarrow I_s > 0$

$$I_s = \frac{V_2 - V_1}{1} > 0 \rightarrow V_2 > V_1$$

$$1: -3 + I_s + I_s = 0$$

$$2: \frac{V_2 - 12}{1} + \frac{V_2}{R} - 3 = 0 \rightarrow V_2 - 15 + \frac{V_2}{R} = 0 \rightarrow \frac{RV_2 + V_2}{R} = 15 \rightarrow$$

$$V_2(1 + R) = 15R \rightarrow V_2 = \frac{15R}{1 + R} > 12 \rightarrow 15R > 12 + 12R \rightarrow 3R > 12$$

$$\rightarrow R > 4^{\Omega}$$

اگر  $R > 4$  باشد شارژر می تواند شارژ کند و اگر  $R < 4$  باشد یعنی  $V_1 > V_2$  است و  $I_s$  منفی است و توان تولید میشود و به تناقض میرسیم و اصلا به شارژری نمی رسیم.

اگر مرجع ما قسمت مشکی بود یعنی قسمت منفی، منبع ولتاژ مرجع بود آیا لازم است که حلقه بزرگتری برای KCL بگیریم یا نه؟ یعنی حلقه آبی را در نظر بگیریم که برای نوشتن KCL بزرگ برای بدست آوردن  $V_1, V_2$  است میتوان حلقه بزرگی را در نظر گرفت و در این صورت  $V_1 = 12^V$  می شود. در حالتی که منبع مرجع شما یک طرف منبع ولتاژ است کار خیلی راحتتر میشود.

رابطه  $3R > 12$  که به آن رسیدیم، یعنی حاصلضرب مقاومت در جریان که داریم باید بزرگتر از ولتاژ منبع ولتاژ مان بشود.



اگر شکل مقابل را داشتیم و بخواهیم این سیستم را با سیستم بالا معادل کنیم برای منبع ولتاژ داریم:

قضایای تونن و نورتن:

اصل برهم نهی:

این قضایا و اصل برهم نهی فقط برای سیستمهای خطی صحیح می باشند.

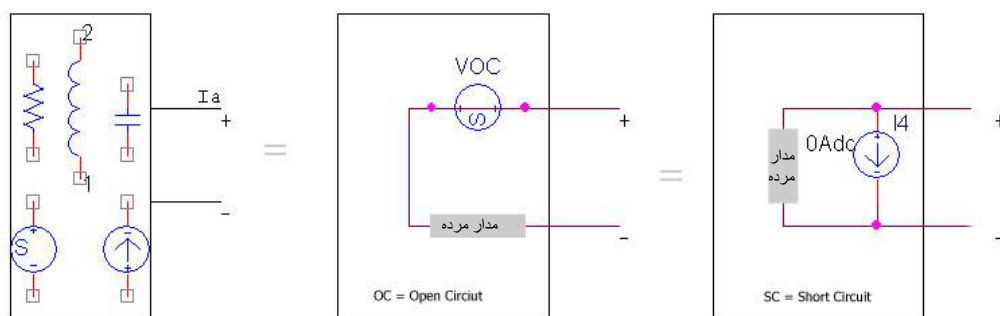
سیستم خطی: المانهای خطی هستند

$C, L, R$ : اگر  $V$  دوسر  $K$  برابر شود آنگاه جریان گذرنده  $K$  برابر می شود

منابع وابسته: متغیر وابسته تابعی از درجه 1 پارامترهای دیگر مدار باشد.

تونن و نورتن:

یک سیستم داریم و المانهایی به هم وصل شده اند که می خواهیم آنها را ساده کنیم



مدار مرده: مدار معادل سیستمی که تمام منابع مستقل آن صفر شده است.

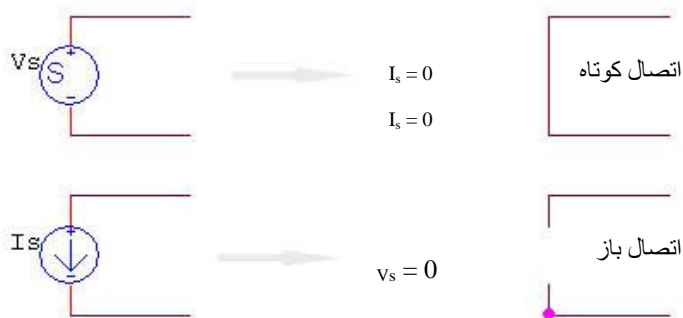
صفر شدن منبع مستقل: صفر شدن پارامتر منبع مستقل

یک اهم مثل اینکه وجود ندارد چون همان 12 ولت به بقیه مقاومتها (در صورتی که منبع

ولتاژ دیگری نداشته باشیم) منتقل میشود

منبع ولتاژ: ولتاژ صفر

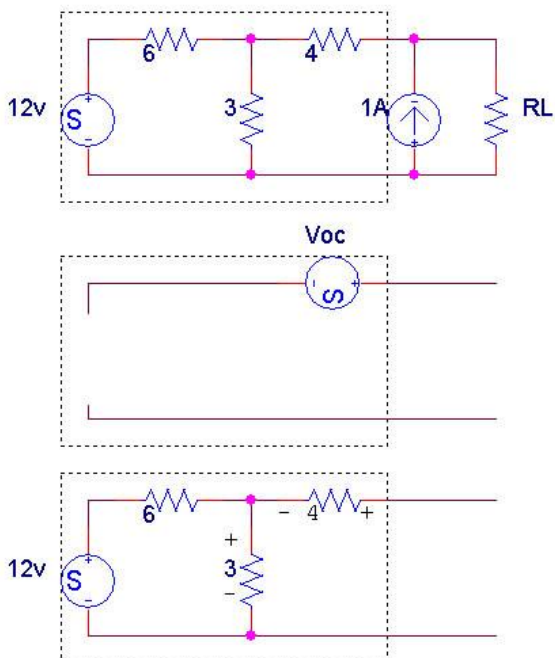
منبع جریان: جریان صفر



توجه داشته باشد که ما وارد جزئیات این بخش نمیشویم و تنها حالت‌های کلی را در نظر می‌گیریم.  
مثال:

ولتاژ بار بر حسب تغییرات  $I_L$ ؟

معادل نوع اول را انتخاب می‌کنیم :



1- پایانه مورد نظر را باز می‌کنیم برای بدست آوردن  $V_{oc}$

چون مدار باز است پس  $I=0$

جریان  $I=0$  پس  $V_{oc}$  مربوط به مقاومت 3 اهم است .

$$V_{oc} = \frac{3}{4} \times 12 = 4^{\Omega}$$

2- مدار مرده: تمام منابع مستقل صفر

$$R_{th} = 4 = 2 + 4 = 6 \quad (3 \text{ موازی } 6)$$

چطور است که  $R_L, I_L$  در حال تغییر است اما سمت چپ مدار ثابت است (آیا سمت راست به سمت چپ بستگی ندارد؟)

پاسخ: در محاسبه تونن-نورتین اصلاً کاری با قسمت راست نداریم هر سیستمی میتواند در طرف راست قرار گیرد و هیچ محدودیتی ندارد.

اصل بر هم نهی:

اصل بر هم نهی برای سیستمهای خطی است.

$$i_2 = i_{21} + i_{22} + i_{23}$$

منبع مستقل را دو تا دو تا حذف میکنیم و جریان را اندازه گیری می کنیم و سپس کل جریان را بدست می آوریم. ( $i_2 = i_{21} + i_{22} + i_{23}$ )

سیم را از یک طرف تاب می دهیم این حالت باعث میشود که حلقه ای روی حلقه دیگر ولتاژ القا کند و این ولتاژ طوری است که با افزایش جریان مبارزه می کند. با افزایش جریان یا تغییر جریان این المان مبارزه می کند در کل این طوری است که ما نمی توانیم تغییرات ناگهانی در جریانات این المان داشته باشیم.

قانون فارادی:

تغییرات شار در واحد زمان ولتاژی را القا میکند که رابطه اش بدین صورت است و چون با جریان بوجود آورنده اش مبارزه میکند پس علامت منفی را اضافه میکنیم.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

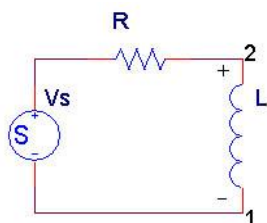
$$V = L \frac{di}{dt}$$

این رابطه وقتی درست است که  $V$  و  $i$  را بدین صورت تعریف کنیم.

زمان بسیار کوتاه  $\frac{\Delta i}{10^{-12}}$  در این حالت ولتاژ القایی بسیار بزرگی ایجاد شده که در اثر شار القایی قوی است که به سیستم وارد کرده ایم.  
برای جاهای حساس از ups استفاده می کنیم.

مبدل کارش این است که جریان DC باتری را به AC تبدیل میکند یا برعکس.  
معادل پیل در هیدرولیک لوله است.

اثر سلف در مقابل اعمال ولتاژ جریان



در شکل 1 در لحظه وصل کلید ولتاژ خیلی زیادی اعمال میشود چون ولتاژ بینهایت در عمل نداریم، شکل یک را بررسی نمی کنیم.

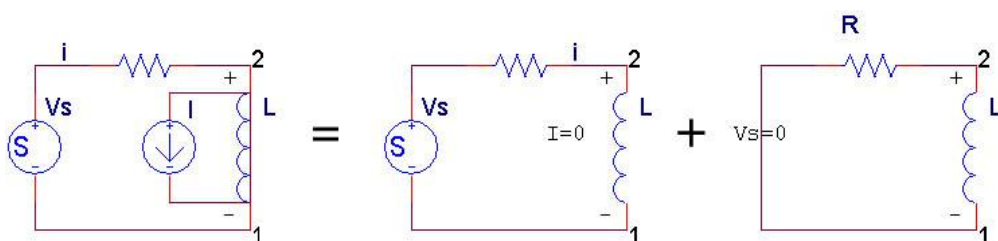
اگر در شکل 2 در لحظه  $t=0$  کلید را بزنیم جریان صفر است حال باید یک اتفاقی روی دهد. میتوانیم از این فرمول استفاده کنیم، اگر  $i, v$  را مطابق شکل در نظر بگیریم:

$$V = L \frac{di}{dt}$$

تغییرات جریان برابر است با  $\frac{V_0}{L}$  که این یک شیب است و مثبت هم هست

$$V_0 = L \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{V_0}{L}$$

$$i(t) = \frac{V_0}{L} t + I_0, I_0 = 0$$



یعنی اگر در ولتاژ  $V_0$  یک جریان را وارد کنیم خط آبی را داریم  
ولتاژ القایی وقتی ایجاد می شود که تغییرات شار داشته باشیم وقتی جریان نداشته باشیم ولتاژ  
القایی صفر است.

در لحظات اول مقاومت سلف بینهایت است یعنی هیچ جریانی را از خودش عبور نمی دهد و هیچ  
تغییرات جریانی را نمی پذیرد.  
در لحظه اول: سلف مقاومت بینهایت دارد.

در لحظه بینهایت: سلف مقاومت صفر دارد.

سلف در حقیقت سیم بوده کمی پیچ دادیم و در نهایت دوباره خودش را به اصلش رسانده است.  
هر المانی در بینهایت به اصلش بر می گردد. خازن هم دو تا صفحه ای است که از هم جدایند و  
در عمل هم در زمان بی نهایت می بینیم که مثل همان عمل می کند.  
معادله ای داریم از درجه اول پس 1 شرط مرزی می خواهیم:

$$-V_0 + Ri + V_L = 0$$

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = V_0$$

$$i(0^+) = i_0$$

$$\mapsto i(t) = \frac{V_0}{R} + (I_0 - \frac{V_0}{R})e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

پارامتری به نام ثابت زمانی تعریف می کنیم، واحد این ثابت زمانی (ثانیه) است و ثابت زمانی به یک  
شکل سرعت یا معیاری است که اگر مقاومت خیلی زیاد باشد در شکل بالا جریان خیلی کم می  
شود و سرعت رسیدن جریان به مقدار نهایی خیلی کم می شود.

$\tau$  سرعت رسیدن سیستممان به مقدار نهایی است. در نقطه  $I_0$  مماسی روی نمودار رسم می کنیم و در محور افقی می توانیم  $\tau$  را بخوانیم.

ثابت زمانی:

معیاری است که توسط آن می توان از روی مقادیر المانها به کندی یا تندى سیستم برای رسیدن به حالت بی نهایت پی برد.

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \text{واحد: ثانیه}$$

اگر از همین ثابت های زمانی 3 یا 4 تا روی شکل جدا کنیم به حالتی می رسیم که دیگر تغییرات چندانی را در سیستم نمی بینیم و با تقریب به حالت نهایی می رسیم  
یعنی با تقریب خوبی سیستم های RL بعد از  $4\tau$  به حالت پایدار خود می رسد.

$$i(t) = \frac{V_0}{R} + (I_0 - V_0)e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t > 0$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ : پاسخی است که سیستم به شرایط اولیه می دهد (پاسخ شرط اولیه) یعنی اگر منابع ولتاژ را صفر کردیم.

$\frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ : پاسخی است که سیستم به ورودی ما می دهد بودن شرایط اولیه یعنی منابع را

بگذاریم باشند و  $I_0$  را صفر بگیریم یعنی جریان اولیه را صفر کنیم و  $i(t)$  را دوباره اندازه گیری کنیم.

قانون اصل برهم نهی یا جمع کردن در مدار را برای المانهای خطی یا سیستمهای خطی داریم وقتی سیستمی خطی است که المانهای آن سیستم خطی باشند.  
عکس العمل سلف در سیستم:

سلف دارای جریان اولیه ای در سیستم است یکبار  $I_0$  هست و  $V_s$  را صفر می کنیم  
بار دیگر  $V_s$  هست و  $I_0$  را صفر کنیم . در لحظه بینهایت سلف اتصال کوتاه می شود ولی در لحظه اول مقاومت سلف بینهایت است و تمامی جریان از آمپر متر می گذرد در لحظه صفر  
 $i = I_0$   
مثال:

این سیستم را تحلیل کنید و بگویید جریان  $i$  چگونه تغییر می کند چگونه است؟

$$\begin{aligned} i(0^+) &= 5^A \\ i &= \frac{V_0}{R} + (I_0 - \frac{V_0}{R})e^{\frac{-t}{\tau}} \\ \tau &= \frac{R}{L} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 \\ i &= \frac{12}{6} + (5 - \frac{12}{6})e^{\frac{-t}{0.5}} \\ i(t) &= 2 + 3e^{-2t} \end{aligned}$$

پس از  $4\tau = 4 \times 0.5 = 2 \text{ sec}$  سیستم به حالت پایداری میرسد یعنی در مدت زمان 2 ثانیه

98٪ مسیر طی شده است .

میگوییم سیستم ما این مقدار یعنی 98٪ را طی کرده  $\Rightarrow i(t) : 0.98[i(\infty) - i(0)]$

$$i(t) = \frac{V_0}{R} + (I_0 - \frac{V_0}{R})e^{\frac{-4t}{\tau}}$$

$$= k_1(I_0 - \frac{V_0}{R})$$

حل ساده تر :

اگر از این پارامترها سه موردش را داشتیم می توانیم حل کنیم یعنی هر یک از پارامترها یک مقدار اولیه و یک مقدار نهایی دارد یعنی در  $t=0$  و  $t=\infty$  یک مقدار ی دارد و  $V(t)$  یک مقدار  $V_0$  دارد و در  $t=\infty$  یک مقدار  $i_\infty$  دارد و  $V(t)$  یک مقدار  $V_\infty$  دارد.

$$i_0 = 5^A \rightarrow i(t) = 2 + (5^3 - 2)e^{\frac{-t}{\tau}} \leftarrow i_\infty = 2^A$$

$$i(t) = i_0 \rightarrow V(t) = V_0$$

$$i(t) = i_\infty \rightarrow V(t) = V_\infty$$

$$i(t) = i_\infty + (i_0 - i_\infty)e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$V(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{\frac{-t}{\tau}}$$

در  $\infty$  این مقدار حذف می شود و می شود  $i_\infty$  یعنی باید یک  $i(t)$  در این وسط بنویسیم و همچنین در مورد  $V(t)$ .

از این به بعد برای تحلیل سیستم حاوی سلف و مقاومت اگر ولتاژ جایی را خواستند سیستم را در لحظه صفر باز نویسی می کنیم، مقدار اولیه آن پارامتر را به دست می آوریم و دوباره سیستم را در لحظه بینهایت باز نویسی می کنیم مقدار بینهایت بدست می آید و روابط را می نویسیم و تنها مشکل  $\tau$  است که آن را نیز باید بدست آوریم.

پس راه حل :

1- حل سیستم در  $t = 0$  برای بدست آوردن مقدار اولیه

2- حل سیستم در  $t = \infty$  برای بدست آوردن مقدار بینهایت

3- بدست آوردن  $\tau$

4- نوشتن معادله

برای اینکه احتیاجی به حفظ کردن فرمولها نداشته باشیم، پارامتر مربوطه را به صورت زیر در نظر بگیرد:

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$V(t) = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

حال سیستم را یک بار در  $t=0$  می کشید و یک بار در  $t = \infty$  و  $\tau$  را بدست می آوریم و  $V_0, V_\infty, i_0, i_\infty$  را بدست می آوریم و  $K_1, K_2$  را می نویسیم.  
مثال: برای این مثال داریم:

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$t = 0 \rightarrow i_0 = 5 \Rightarrow i(t) = 2 + 3e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$t = \infty \rightarrow i_\infty = 2$$

برای بدست آوردن ولتاژ دو سر سلف داریم:

$$V_L = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$t = 0 \rightarrow V(t) = -18$$

$$t = \infty \rightarrow V(t) = 0$$

$$\tau \rightarrow \frac{L}{R} = 0.5$$

$$\begin{array}{ll} -12 + 6 \times 2 + V_L = 0 & -12 + 6 \times 5 + V_L = 0 \\ \rightarrow V_L = 0 & \rightarrow V_L = -18 \end{array}$$

$$\Rightarrow V_L = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau=0.5}}$$

$$V_L = -18e^{-2t}$$

$$i(t) = 2 + 3e^{-2t}$$

$$V_L(t) = L \frac{di}{dt} = 3(3 \times (-2)e^{-2t})$$

راه حل بالا در حالتی صادق است که یک سلف داشته باشیم و بقیه المانهایمان منابع ولتاژ و جریان مقاومت باشد و این طور نیست که اگر خازن داشته باشیم روابط بالا صادق است.

ثابت زمانی  $\tau$ :

برای بدست آوردن ثابت زمانی  $\tau$  در سیستمی که یک مقاومت و یک سلف داشته باشد

$$\tau = \frac{L}{R} \text{ است.}$$

ولی در این شکل بدین حالت عمل می کنیم .

(مدارهایی را در نظر می گیریم که یک سلف در آن است).

مقاومت موثری که این سلف دارد همان  $R$  ای است که در فرمول  $\tau$  باید وارد شود .

در اینجا برای حل این مدار تمام منابع را صفر میکنیم و مقاومت دیده شده از دو سر سلف را

$$R_i \text{ مینامیم آنگاه: } \tau = \frac{L}{R_i}$$

دراین سیستم مقاومت دیده شده از دو سر سلف 2 است منبع ولتاژ را صفر میکنیم (آن را اتصال

کوتاه می کنیم) و سلف را هم صفر میکنیم از دو سر سلف به آن نگاه می کنیم که دو مقاومت

موازی است

$$R_i = \frac{18}{9} = 2^\Omega$$

$$i = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

T را از رابطه بالا بدست می آوریم و ضرایب ثابت را هم مثل مثالهای قبل محاسبه می کنیم .

$$i_0 = 2^A$$

$$6 + 3 = 9 = R_i$$

$$18 = 9 \times i_0 \rightarrow i_0 = 2$$

$$\Rightarrow i = 0 + 2e^{-t}$$

مثال 1:

$$\tau = \frac{L}{R_t}$$

$$i = I_0 e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{V_s}{R_t} (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$4\tau \rightarrow 0.98$$

$$e^{\frac{-t}{\tau}} \xrightarrow{t=4\tau} e^{-4} = 0.02$$

$$\rightarrow i(4\tau) = 0.02i + 0.98 \frac{V_s}{R_t} = I_0 - 0.98I_0$$

0.98 اختلاف ابتدا و انتها در زمان  $4\tau$  طی می شود.

$$i(4\tau) = i_0 + 0.98 \left( \frac{V_s}{R_t} - I_0 \right)$$

مثال 2:

مطلوب است بدست آوردن ولتاژ و جریان سلف ؟

$$R_t = \frac{24}{10} = 2.4$$

$$\tau = \frac{L}{R_t} = \frac{1.2}{2.4} = 0.5$$

$$\begin{cases} i(t) = \frac{V_0}{R_t} + (I_0 - \frac{V_0}{R_t}) e^{\frac{-t}{\tau}} \\ I_0 = 0 \end{cases}$$

$$i_{\infty} = \frac{3}{6} = 0.5^A \quad \text{جریان گذرنده از سلف} \quad i_0 = 0 \quad \text{جریان گذرنده از سلف}$$

$$R_i = 6^{\Omega} \quad R_l = 10^{\Omega}$$

$$i(t) = 0.5 + (0 - 0.5)e^{-2t}$$

$$i(R_l) = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$t = 0 \rightarrow i_0 = 0.3$$

$$t = \infty \rightarrow i_{\infty} = 0.5$$

$$i = 0.5 + (0.3 - 0.5)e^{\frac{-t}{\tau}} = 0.5 - 0.2e^{-2t}$$

$$V = 6i = 3 - 1.2e^{-2t}$$

$$\left( \begin{array}{l} V(0) = 3 \frac{6}{4+6} = 1.8, V(\infty) = 3, \tau = 0.2 \\ V_0(t) = K_1 + K_2 e^{\frac{-t}{\tau}} = 3 - 1.2e^{-2t} \end{array} \right)$$

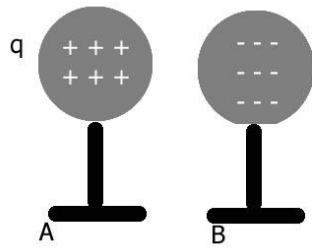
مثال فنی :

کلید را بطور ناگهانی وصل و قطع می کنیم و باعث ایجاد ولتاژبالایی میشود که این اساس کار ما شین است در حقیقت جرعه ایجاد میشود .

فکر خودرو سازان این بود که چه کار کنند که فقط کلید 2 جرعه بزند نه کلید 1  
 سال 70 میلادی این فکر را کردند که پارازیت های دو سر کلید 1 را با خازن کنترل کنند چون خازن تغییرات ناگهانی ولتاژ ندارد درحقیقت qها را می گیرد و در خود ذخیره می کند .  
 از ایجاد ولتاژ های ناگهانی جلو گیری می کند .

تثبیت ولتاژ

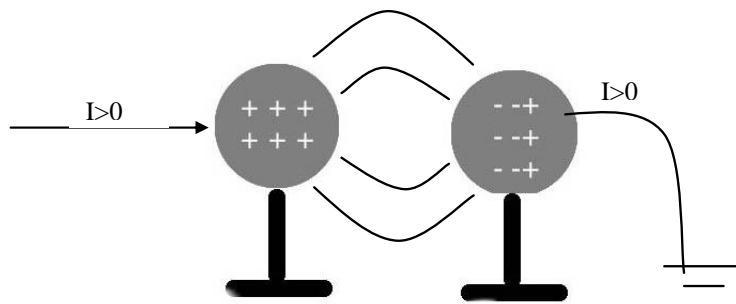
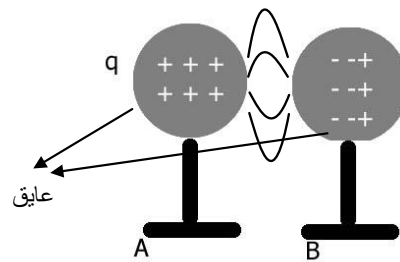
## خازن :



فلز هستند و عایق هستند و الکترون آزاد دارند در کره بعد بار منفی القا می شود .

چیزی که بار ذخیره کند و میدان الکتریکی ایجاد کند خازن است.

خازن: دو هادی عایق شده از هم



جریان  $I > 0$  را وارد کره A می کنیم در حقیقت یک سری بار مثبت وارد کره A می کنیم ، نیرو وارد میکند بر بارهای مثبت، کره B را میراند و بارهای منفی را جذب میکند و بارهای مثبت (که تحت نیرویی نیستند) وارد زمین می شود . که این معادل همان  $A > 0$  می باشد .

مقدار بار روی کره A:  $q$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

اگر بخواهیم بار مثبتی را در خلاف جهت میدان از کره B به کره A برسانیم باید کار انجام دهیم و یک اختلاف پتانسیلی ایجاد میشود.

انجام کار برای حرکت بار ← اختلاف پتانسیل

$$q \propto V$$

$$V \propto q \Rightarrow q = cV$$

پس از انجام آزمایشات (c: ضریب تناسب)

این ضریب تناسب به:

- شکل ظاهری
- فاصله دو سطر
- ظرفیت خازن: c
- سطح موثر روبروی هم
- اندازه سطح
- ماده عایق بین دو سر

مثل اینکه سیم را قطع کردیم و دو صفحه روبروی هم قرار دادیم

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(cV)}{dt}$$

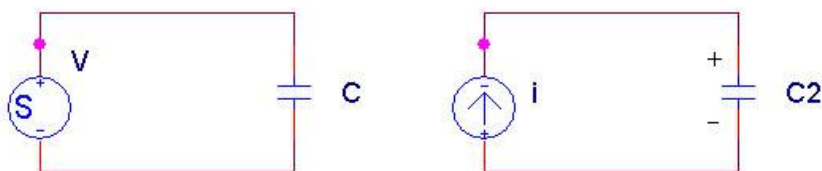
$$i = c \frac{dV}{dt}$$

بارها نمی توانند به طور ناگهانی تغییر کنند پس ولتاژ هم نمی تواند به طور ناگهانی تغییر کند. تغییرات ناگهانی ولتاژ در خازن نداریم. چرا که لازمه آن جریان بی نهایت است که در عمل غیر ممکن است.

کاربرد:

- مثالهای قبل (مثال فنی)
- ذخیره انرژی
- تثبیت ولتاژ
- معادل خازن در دینامیک: مخزن
- معادل خازن در مکانیک: فنر
- معادل خازن در سیستمهای اقتصادی: بانک
- عکس العمل خازن را در مدارها ببینیم:

همانند سلف عمل میکنیم و دو مدار زیر را تحلیل میکنیم.



چون تغییرات ناگهانی ولتاژ نداریم بنابراین شکل I در عمل وجود ندارد، پس شکل II را در نظر میگیریم و تحلیل میکنیم: معمولا یک مقاومت را با خازن سری میکنیم (جهت محافظت آن در مقابل سوختن).

$$I_s = i$$

$$q = c \frac{dV}{dt} \Rightarrow I_s = c \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{I_s}{c} \rightarrow V = \frac{I_s}{c} t + V_0$$

$$(V_0 = 0)$$

در عمل مقاومتی موازی و سری با خازن وجود دارد.

حال مدار مقابل را تحلیل می کنیم.

**[A.S2 Comment]:** سوالات میان ترم در جزوه من وجود ندارند

در لحظه اول همه ولتاژ روی R می افتد و همه I هم از خازن عبور میکند.

در لحظات اول: خازن مثل اتصال کوتاه

در لحظه بعدی دائما ولتاژ دو سر خازن زیاد می شود و جریان هم کم می شود تا جایی که

به  $V_s$  برسد و آنگاه جریان صفر می شود.

در لحظات بینهایت: خازن مثل اتصال باز

خازن در نهایت مثل شکل ظاهری خودش میشود. اگر مقدار نهایی و اولیه  $\tau$  را به دست آوریم  
 میتوانیم معادله را مشخص کنیم.  $K_1, K_2, \tau$ .

حل سوال میان ترم:

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{V_L}{L} = \frac{di}{dt}$$

$$V_s = Ri + V_L$$

سوال دوم میان ترم:

$$P_s = P_R + P_L$$

$$\text{ثابت} = Ri_s^2 + p_L \rightarrow i_s \downarrow$$

$$\text{ثابت} = P_s = V_2 i_{s2} = V_1 i_{s1}$$

$$V_2 > V_1 \rightarrow i_{s2} < i_{s1}$$

مثال:

برای تحلیل هر یک از پارامترهای مدار به سه چیز نیاز داریم:

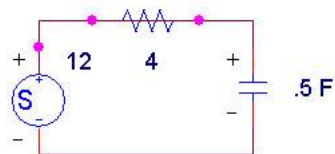
$$i_C(0)$$

$$i_\infty(\infty)$$

$$\tau \rightarrow i_C(t) = k_1 + k_2 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

برای تنها مدارهای RL و RC بررسی میکنیم:

مدار را برای لحظه اول باز نویسی میکنیم.



$$i_c = \frac{12-5}{4} = 7/4$$

در سلف جریان اولیه را به صورت منبع موازی با آن در نظر گرفتیم. در مورد خازن ولتاژ اولیه را

به صورت منبع ولتاژ سری با آن در نظر میگیریم.

$$i_c(0) = 7/4$$

$$i_c(\infty) = 0$$

$$\tau = RC = 4 \times 0.5 = 2^{Sec}$$

$$i_c(t) = k_1 + k_2 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{7}{4} e^{-\frac{t}{2}}$$

$$V_c(0) = 5^v$$

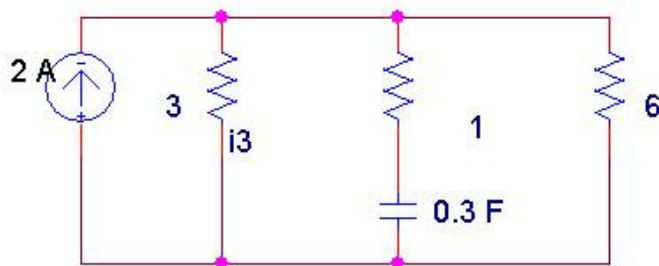
$$V_c(\infty) = 12^v$$

$$V_c(t) = k_1 + k_2 e^{-\frac{t}{\tau}} = 12 - 7e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = 2$$

مثال:

مقدار  $I_3$  را بدست آورید.



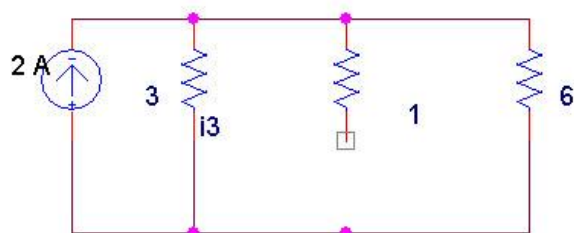
$$i_3(0)$$

$$i_3(\infty)$$

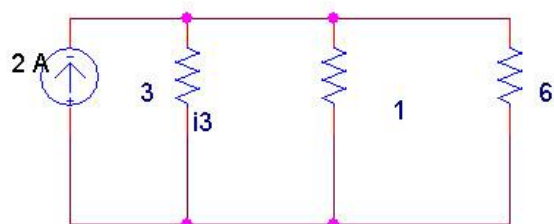
$$\tau$$

$$i_3(t) = k_1 + k_2 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$2) t = \infty \rightarrow i_3(\infty) = \frac{4}{3}^A$$



$$1) t = 0 \rightarrow i_3(0) = 0.65^A$$



$$3) R_{eq} = 1 + (3 \text{ para } 6) \rightarrow R_{eq} = 3^{\Omega}$$

در مدار مرده از دو سر خازن نگاه میکنیم. اگر شرایط اولیه داشتیم، یعنی در دو سر خازن ولتاژ داشتیم از اصل بر هم نهی استفاده میکنیم.

تا اینجا رفتار مدارها DC را مطالعه کردیم. از اینجا به بعد رفتار همان مدارها را در مقابل ورودی متغیر بررسی می کنیم که منجر به پارامترهای همیشه متغیر با زمان خواهد شد (مدارهای AC Alternative Current).

هر شکل موج را می توان به صورت ترکیب خطی از توابع  $\sin$  یا  $\cos$  نوشت چنین موجی را به عنوان پایه در نظر نمی گیریم. چون می توان آن را به صورت ترکیب خطی  $\sin, \cos$  نوشت در طبیعت خیلی از توابع متغیر را می توان با  $\sin$  یا  $\cos$  تقریب زد. دلیل خوب داریم که مدارهای با ورودی متغیر را  $\sin$  بگیریم.

توابع  $\sin$  ,  $\cos$  :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi F$$

$y = \sin(\omega t)$  فاز  $\sin$  یا  $\cos$  است

$$f : \frac{1}{s} (Hz)$$

$$\frac{d}{dt} \sin \omega t = \omega \cos \omega t$$

$$\frac{d}{dt} \cos \omega t = -\omega \sin \omega t$$

هر عدد مختلط از دو قسمت تشکیل شده است :  $x^2 + 1 = 0$

$$x = j$$

$$j^2 = -1$$

$$Z = a + bj \quad \text{Re}(Z) = a \quad \text{Im}(Z) = b$$

هر عدد دارای 2 بعد است قسمت موهومی اعداد حقیقی صفر است

$$Z = a + bj = |Z|e^{j\Theta} = |Z| \angle \Theta$$

$$a = |Z| \cos \Theta$$

$$b = |Z| \sin \Theta$$

$$a = |Z| \cos \Theta$$

$$b = |Z| \sin \Theta$$

$$Z = |Z| \cos \Theta + j|Z| \sin \Theta = |Z|e^{j\Theta}$$

$$|Z| \neq 0 \rightarrow e^{j\Theta} = \cos \Theta + j \sin \Theta$$

$$\Theta = 0 \rightarrow e^{j \times 0} = 1 \rightarrow e^{j \times \frac{\pi}{2}} = j$$

$$e^{j\pi} = -1, e^{j\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

اگر بسط تیلور  $\sin$  و  $\cos$  را بنویسیم و  $\cos \Theta + j \sin \Theta$  را محاسبه کنیم با بسط تیلور  $e^{j\Theta}$  یکی

است

$$\begin{cases} e^{-j\Theta} = \cos \Theta - j \sin \Theta \\ e^{j\Theta} = \cos \Theta + j \sin \Theta \end{cases}$$

$$\cos \Theta = \frac{1}{2}(e^{j\Theta} + e^{-j\Theta}) \rightarrow \sin \Theta = \frac{1}{2j}(e^{j\Theta} - e^{-j\Theta})$$

$$Z_1, Z_2 :$$

$$Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)j$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = |Z_1| \angle \Theta_1 \cdot |Z_2| \angle \Theta_2 = |Z_1| |Z_2| \angle \Theta_1 + \Theta_2$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{|Z_1| \angle \Theta_1}{|Z_2| \angle \Theta_2} = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} \angle \Theta_1 - \Theta_2$$

$$e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \Theta) + j \sin(\omega t + \Theta)$$

دو پارامتر مدار متغیر است پس در دو بعد می توان آن را حل کرد

فرکانس  $i(t)$  همان فرکانس منبع است فرکانس در همه قسمتها ثابت است

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \cos(\omega t - \tan^{-1}(\frac{L\omega}{R})) \mapsto \Theta \succ 0$$